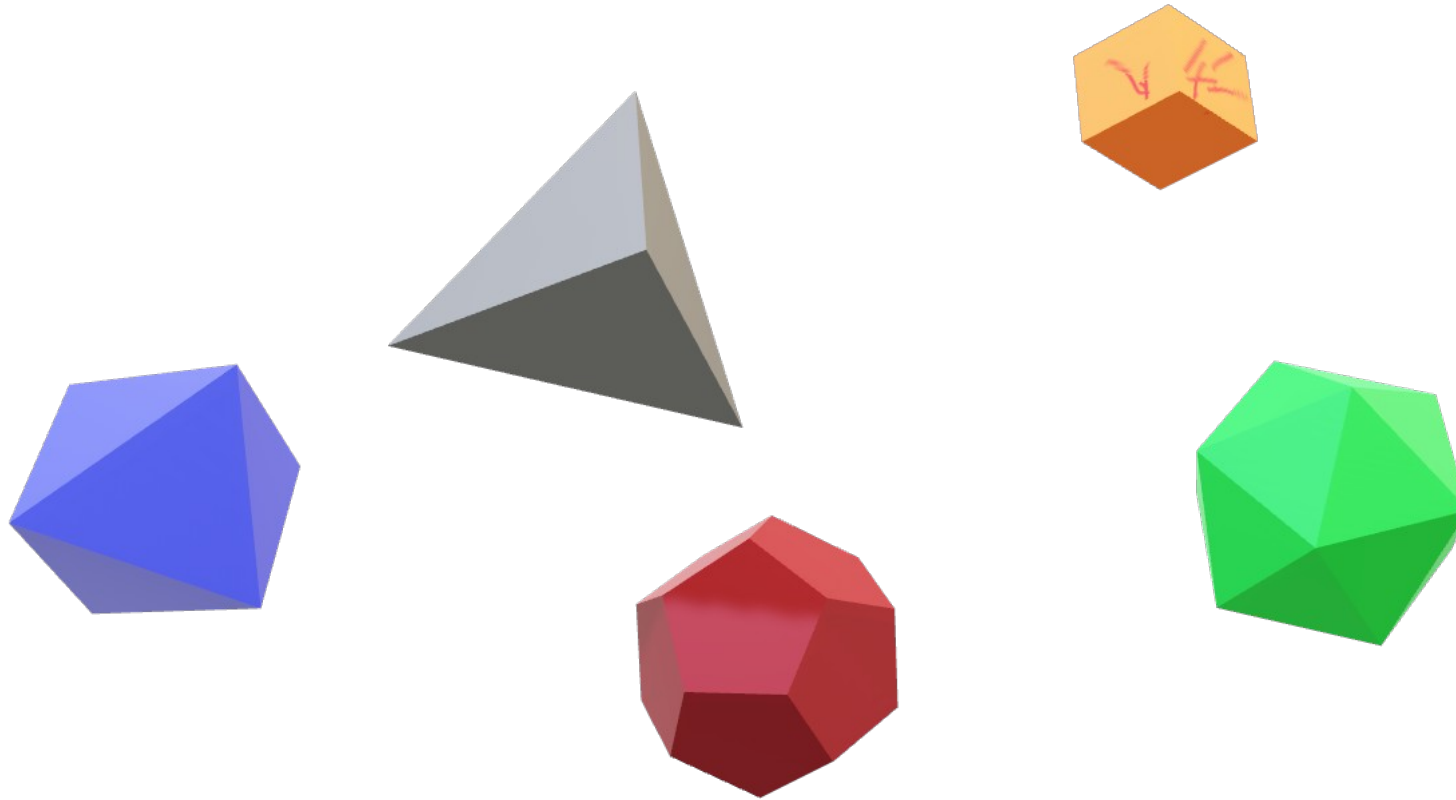


Modelagem dos sólidos platônicos



- Modelagem manual em programa CAD
- Modelagem analítica
- Implementação computacional do modelo analítico

Literatura recomendada

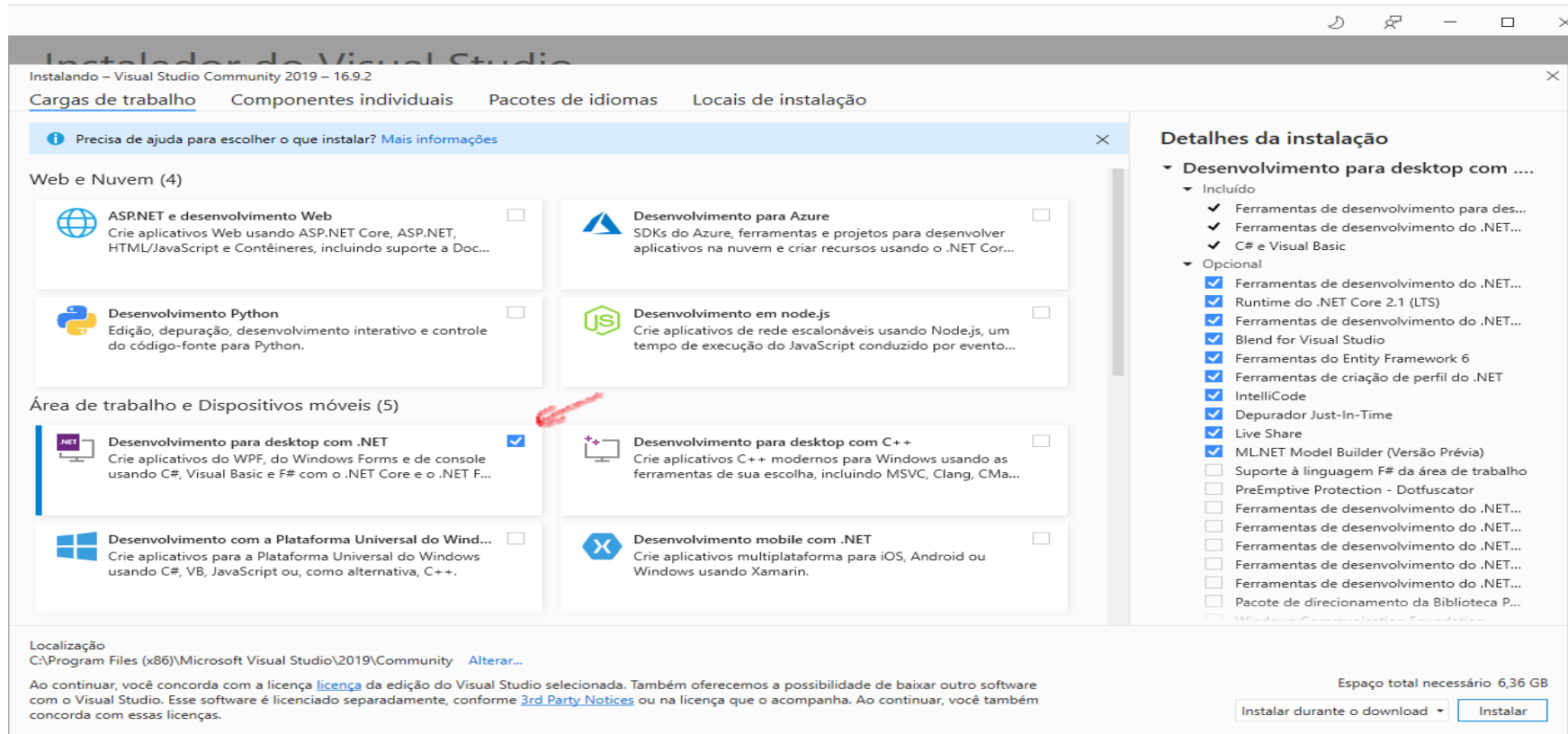
- **Notas de aula** (Engenharia Reversa) – disponíveis em: <https://labusig.ufpr.br/engenharia-reversa/>
- **Apostila Introd. MS-Visual Basic** – disponível em: <https://labusig.ufpr.br/engenharia-reversa/>
- **Visual Basic Graphics Programming** – 2ª ed. - Wiley - Livro do Rod Stephens
- **Geometric tools for computer graphics** - Morgan Kaufmann Publishers - livro do Schneider & Eberly
- **The Platonic Solids: An Exploration of the Five Regular Polyhedra and the Symmetries of Three-Dimensional Space** – By Deborah C. DeHovitz – disponível em:
<https://www.whitman.edu/Documents/Academics/Mathematics/2016/DeHovitz.pdf>
- **Platonic solid** – Wikipedia – disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Platonic_solid
- **Sólidos platônicos** – por Humberto José Bortolossi et al. – disponível em:
<http://www.cdme.im-uff.mat.br/platonicos/platonicos-html/solidos-platonicos-br.html>
- **Algebra Vetorial e Geometria Analítica** – Livro do Prof. Jacir Venturi – disponível em:
<https://docs.ufpr.br/~jcvb/online/geo-1.pdf>
- **Fórmula de Rodrigues para rotação** – disponível em:
https://en.wikipedia.org/wiki/Rodrigues%27_rotation_formula#:~:text=If%20v%20is%20a%20vector%20in%20%E2%84%9D3%20and,%28%201%20%E2%88%92%20cos%20%E2%81%A1%20%CE%B8%20%29%20

Recursos computacionais

- MS-Visual Studio versão Community – disponível para download em: [https://
my.visualstudio.com/Downloads?q=visual%20studio%202019&wt.mc_id=o~msft~vscom~older-downloads](https://my.visualstudio.com/Downloads?q=visual%20studio%202019&wt.mc_id=o~msft~vscom~older-downloads)
- CAD 3D – Solidedge – disponível para download em: [https://
www.plm.automation.siemens.com/plmapp/education/solid-edge-cam-pro/en_us/free-software/student](https://www.plm.automation.siemens.com/plmapp/education/solid-edge-cam-pro/en_us/free-software/student)
- Planilha do OpenOffice ou LibreOffice - disponível para download nas páginas dos desenvolvedores

Instalando o MS-Visual Studio V2019

A instalação pode ser completa – todos os recursos



Ou apenas do que for necessário, tal como indicado pela seta vermelha

Propriedades:

- Os sólidos platônicos são considerados poliedros regulares definidos por **[F]** faces e **[V]** vértices.
- As faces dos 5 sólidos platônicos são definidas por polígonos regulares com o número de lados dado por **E** e comprimento dado por **S**.
- Esses poliedros obedecem à restrição de Euler: **$F + V = E + 2$**
- Para cada um dos 5 sólidos existe uma esfera inscrita de raio **R** e outra circunscrita (mesmo centro) de raio **G**;
- Esses poliedros podem ser definidos por uma combinação dada por **{P,Q}**, onde **P** representa o número de arestas por face e **Q** representa o número de faces que se encontram em cada vértice. A notação **{P,Q}** é denominada como símbolo de Schläfli.
- Para cada um desses poliedros existe um ângulo diedro (**α**).
- Para o dodecaedro e o icosaedro o ângulo diedro é definido pela razão áurea (**μ**) da seguinte maneira: .
- A razão áurea (**μ**) é uma constante dada pelo irracional positivo () e aparece em várias formas geométricas, como por exemplo o retângulo definido pelo lado maior (m) e menor (n). Ele será considerado um retângulo áureo se a relação m/n for igual a **μ** .

Propriedades:

- Cada face (**F**) de qualquer um dos 5 sólidos é delimitada por um polígono regular de **E** lados, centro (**P**); ângulo interno (β); raio do círculo circunscrito (ρ) e normal definida pelo vetor (). O ponto **P**, para uma esfera com centro em **C**, é definido por:

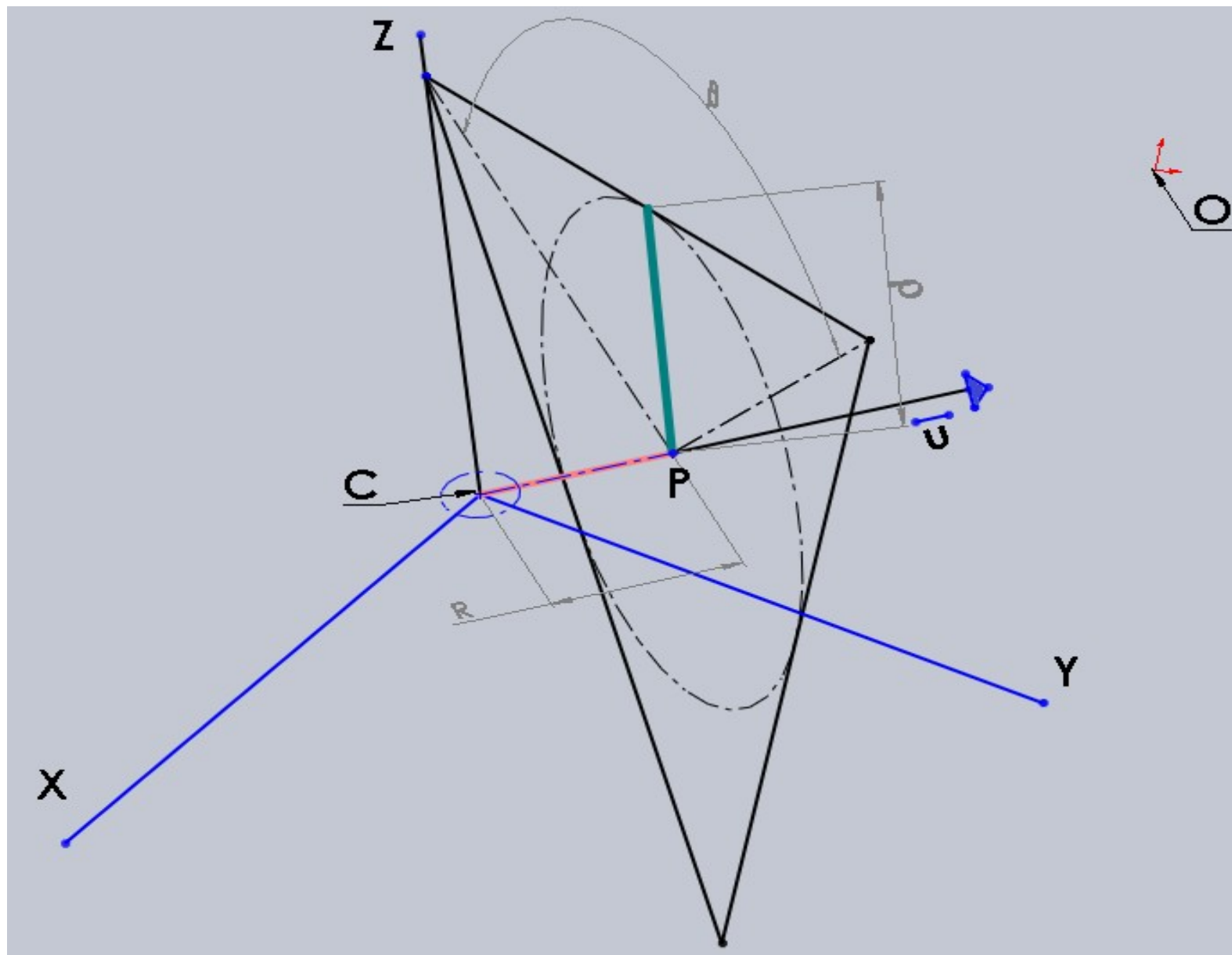
P.

O vetor que define a normal dessa face é dado por :

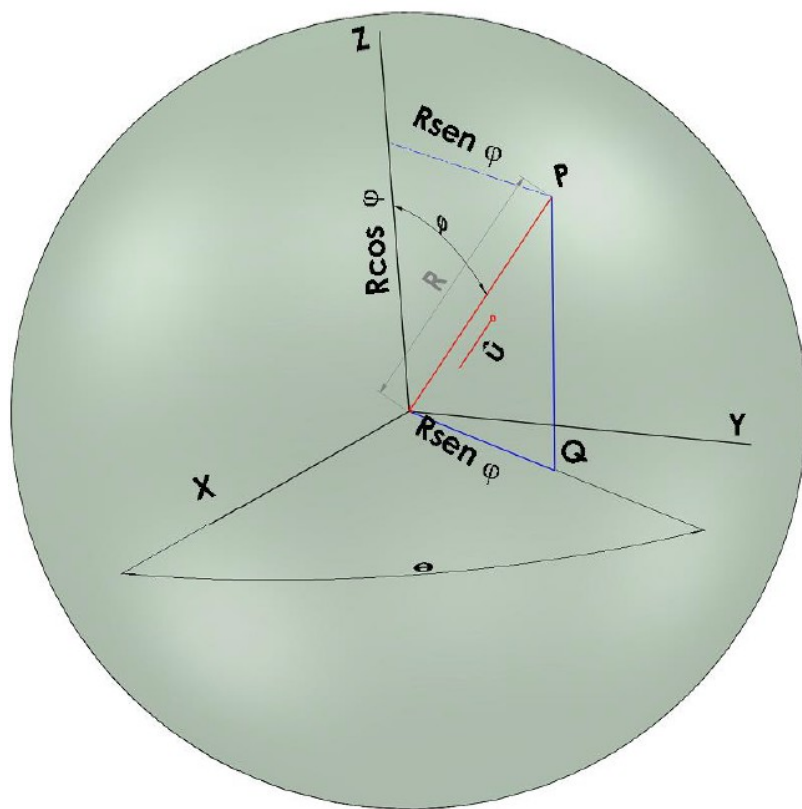
.

A figura 1 contém a ilustração de uma face de um tetraedro. A face de um tetraedro é definida por um triângulo equilátero com raio do círculo circunscrito (ρ) e normal definida pelo vetor (). Essa definição pode ser extrapolada para os demais poliedros, cuja esfera inscrita tem centro em **C** e raio **R**.

O versor será definido a partir de um sistema de coordenadas esféricas (R, φ, θ), considerando o centro da esfera de raio **R** na origem, tal como ilustrado na figura 2.



face de um poliedro definido
por um triângulo equilátero
com centro em P e vetor
normal

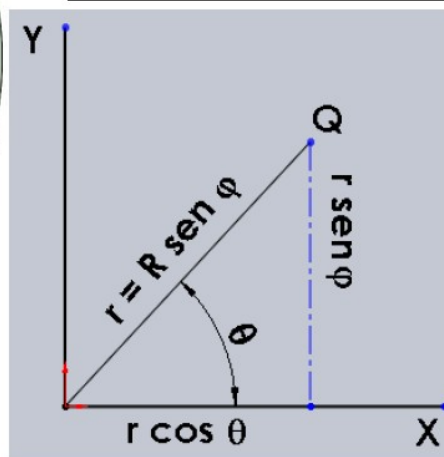


$$X = R \sin \varphi \cos \theta$$

$$Y = R \sin \varphi \sin \theta$$

$$Z = R \cos \varphi$$

$$\hat{u} = (\sin \varphi \cos \theta, \sin \varphi \sin \theta, \cos \varphi)$$



- Sistema de coordenadas esféricas e a sua transformação para o sistemas de coordenadas cartesianas com centro na origem

Tetraedro

F	V	E	{P,Q}	R	G	α (RAD)	β (RAD)	ρ
4	4	6	{3,3}	$\frac{\sqrt{6}}{12}\mathbf{S}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}\mathbf{S}$	$\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\mathbf{S}}{2\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6}\right)}$

Região	Coord. Esféricas		Direção			Vértice (ou ponto de referência do plano)		
	Phi (φ)	Teta (θ)	i	j	k	X	Y	Z
Topo {apenas um vértice}	$\varphi_0=0$	0	$\operatorname{sen}(\varphi)\cos(\theta)$	$\operatorname{sen}(\varphi)\operatorname{sen}(\theta)$	$\cos(\varphi)$	$C_x + iG$	$C_y + jG$	$C_z + kG$
Lateral {3 faces equidistantes de Teta (θ) }	$\varphi_1 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$	$\frac{2\pi}{3}$				$C_x + iR$	$C_y + jR$	$C_z + kR$
Base {apenas uma face}	$\varphi_0=\pi$	0						

Hexaedro

F	V	E	{P,Q}	R	G	α (RAD)	β (RAD)	ρ
6	8	12	{4,3}	$\frac{S}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}S$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{S}{2}$

Região		Coord. Esféricas		Direção			Vértice (ou ponto de referência do plano)		
		Phi (φ)	Teta (θ)	i	j	k	X	Y	Z
Topo	Vertice	$\varphi_0 = \cos^{-1}\left(\frac{R}{G}\right)$	$\frac{\pi}{4}$	$\text{sen}(\varphi)\cos(\theta)$	$\text{sen}(\varphi)\text{sen}(\theta)$	$\cos(\varphi)$	$C_X + iG$	$C_Y + jG$	$C_Z + kG$
	Face	$\varphi_1 = 0$	0				$C_X + iR$	$C_Y + jR$	$C_Z + kR$
Lateral {4 faces equidistantes de Teta (θ) }		$\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$						
Base (Face)		$\varphi_3 = \pi$	0						

Octaedro

F	V	E	{P,Q}	R	G	α (RAD)	β (RAD)	ρ
8	6	12	{3,4}	$\frac{\sqrt{6}}{6}S$	$\frac{\sqrt{2}}{2}S$	$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{S}{2tg\left(\frac{\pi}{6}\right)}$

Região	Coord. Esféricas		Direção			Vértice (ou ponto de referencia do plano)		
	Phi (φ)	Teta (θ)	i	j	k	X	Y	Z
Topo (vértice semente)	$\varphi_0=0$	0	$\text{sen}(\varphi)\cos(\theta)$	$\text{sen}(\varphi)\text{sen}(\theta)$	$\cos(\varphi)$	$C_x + iG$	$C_y + jG$	$C_z + kG$
Lateral I {4 faces equidistantes de Teta (θ)}	$\varphi_1 = \cos^{-1}\left(\frac{R}{G}\right)$	$\frac{\pi}{2}$				$C_x + iR$	$C_y + jR$	$C_z + kR$
Lateral II {4 faces equidistantes de Teta (θ)}	$\varphi_2 = \pi + \varphi_1$	$\frac{\pi}{2}$						

Dodecaedro

F	V	E	{P,Q}	R	G	α (RAD)	β (RAD)	ρ
12	20	30	{5,3}	$\left(\frac{\sqrt{250 + 110\sqrt{5}}}{20}\right)S$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{4}(1 + \sqrt{5})\right)S$	$\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{S}{2tg\left(\frac{\pi}{5}\right)}$

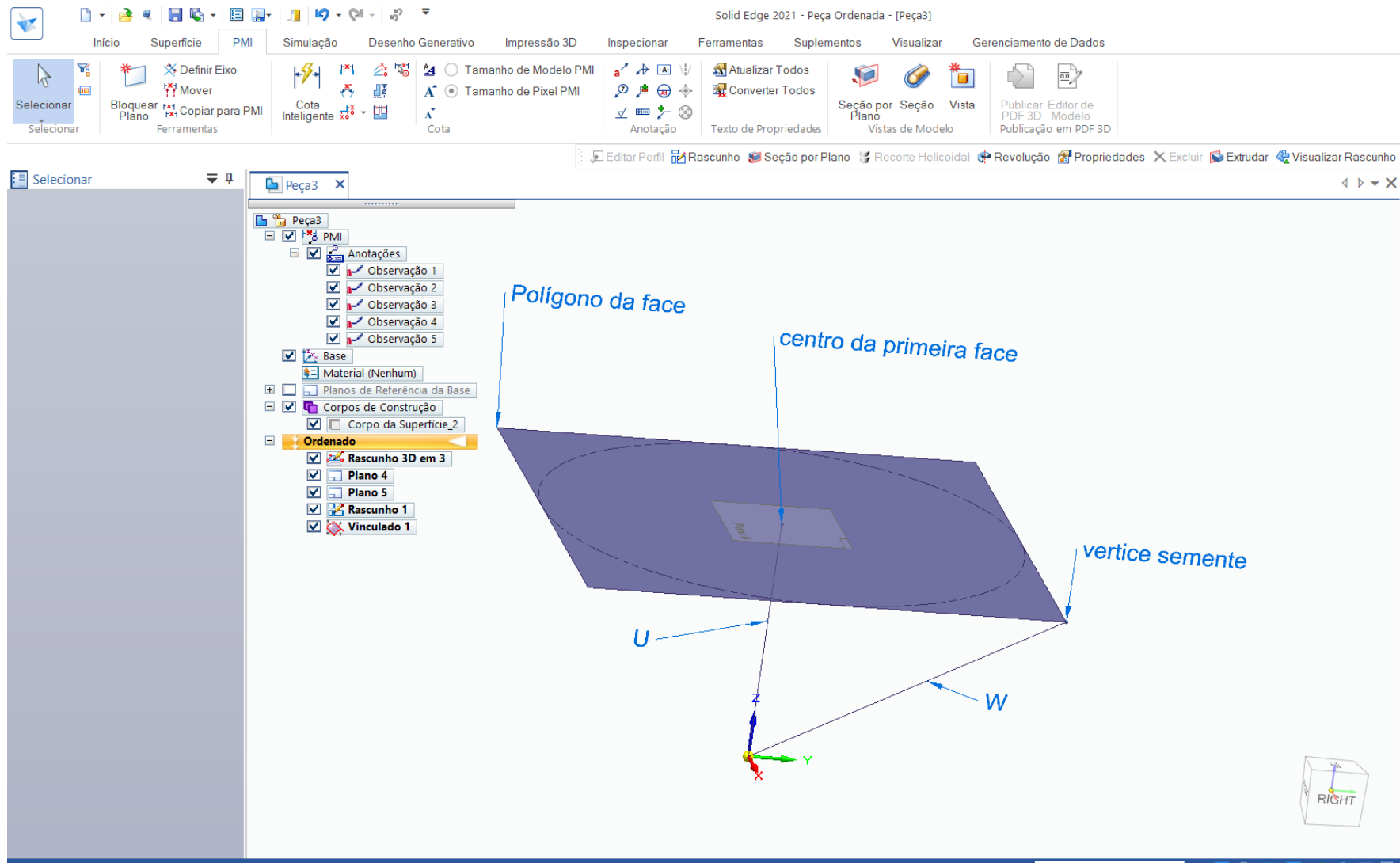
Região		Coord. Esféricas		Direção			Vértice (ou ponto de referência do plano)		
		Phi (φ)	Teta (θ)	i	j	k	X	Y	Z
Topo	Vertice (semente)	$\varphi_0 = \cos^{-1}\left(\frac{R}{G}\right)$	0				$C_X + iG$	$C_Y + jG$	$C_Z + kG$
	Face	$\varphi_1 = 0$	0	$\text{sen}(\varphi)\cos(\theta)$	$\text{sen}(\varphi)\text{sen}(\theta)$	$\cos(\varphi)$	$C_X + iR$	$C_Y + jR$	$C_Z + kR$
Lateral I {5 faces equidistantes de Teta (θ) } com teta inicial deslocado de $\frac{\pi}{5}$		$\varphi_2 = \pi - \alpha$	$\frac{2\pi}{5}$						
Lateral II {5 faces equidistantes de Teta (θ) }e teta inicial = 0		$\varphi_3 = 2\varphi_0 + \cos^{-1}\left(1 - \frac{S^2}{2G^2}\right)$	$\frac{2\pi}{5}$						
Base (face)		$\varphi_4 = \pi$	0						

ICOSAEDRO

F	V	E	{P,Q}	R	G	α (RAD)	β (RAD)	ρ
20	12	30	{3,5}	$\left(\frac{\sqrt{3}}{12}(3 + \sqrt{5})\right)S$	$\left(\frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4}\right)S$	$\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{S}{2tg\left(\frac{\pi}{6}\right)}$

Região		Coord. Esféricas		Direção			Vértice (ou ponto de referência do plano)		
		Phi (φ)	Teta (θ_1)	i	j	k	X	Y	Z
Topo	Vértice (semente)	$\varphi_0 = 0$	$\theta_0 = 0$	$\text{sen}(\varphi)\cos(\theta)$	$\text{sen}(\varphi)\text{sen}(\theta)$	$\cos(\varphi)$	$C_x + iG$	$C_y + jG$	$C_z + kG$
	Faces {5 triângulos equiláteros equidistantes de Teta1 (θ_1)} e teta inicial = 0	$\varphi_1 = \cos^{-1}\left(\frac{R}{G}\right)$	$\theta_1 = \frac{2\pi}{5}$						
Lateral I {5 faces equidistantes de Teta (θ_2)} e teta inicial = 0		$\varphi_2 = \varphi_1 + (\pi - \alpha)$	$\theta_2 = \frac{2\pi}{5}$				$C_x + iR$	$C_y + jR$	$C_z + kR$
Lateral II {5 faces equidistantes de Teta (θ_3)} e teta inicial = $\frac{\pi}{5}$		$\varphi_3 = \varphi_1 + \cos^{-1}\left(1 - \frac{S^2}{2G^2}\right)$	$\theta_3 = \frac{2\pi}{5}$						
Base Faces {5 triângulos equiláteros equidistantes de Teta (θ_4)} e teta inicial = $\frac{\pi}{5}$		$\varphi_4 = \varphi_3 + (\pi - \alpha)$	$\theta_4 = \frac{2\pi}{5}$						

Desenhando no Solidedge



Roteiro para implementação computacional

Os sólidos serão modelados de forma individual devido as suas diferenças em geometria e topologia.

Para cada um dos cinco sólidos serão criadas cinco classes idênticas em propriedades (quantidade e tipo) e métodos (apenas em quantidade).

Os métodos em cada uma dessas classes serão ligeiramente modificados em função das diferenças geométricas e topológicas de cada um dos cinco sólidos.

A figura 3 contém o diagrama de classes para os cinco sólidos.

Nessa figura, a classe **Platonicos** contém as propriedades que são comuns aos cinco sólidos. Cada um dos cinco platônicos será modelado a partir da herança de todas essas propriedades. Entretanto, os métodos não serão herdados diretamente, mas sim modificados de acordo com o sólido de interesse.

Figura 3 – Diagrama de classes para a modelagem dos sólidos platônicos

